Томъ II. Листъ 16.

ВѢСТНИКЪ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ НАУКЪ.

№ 40.

I.

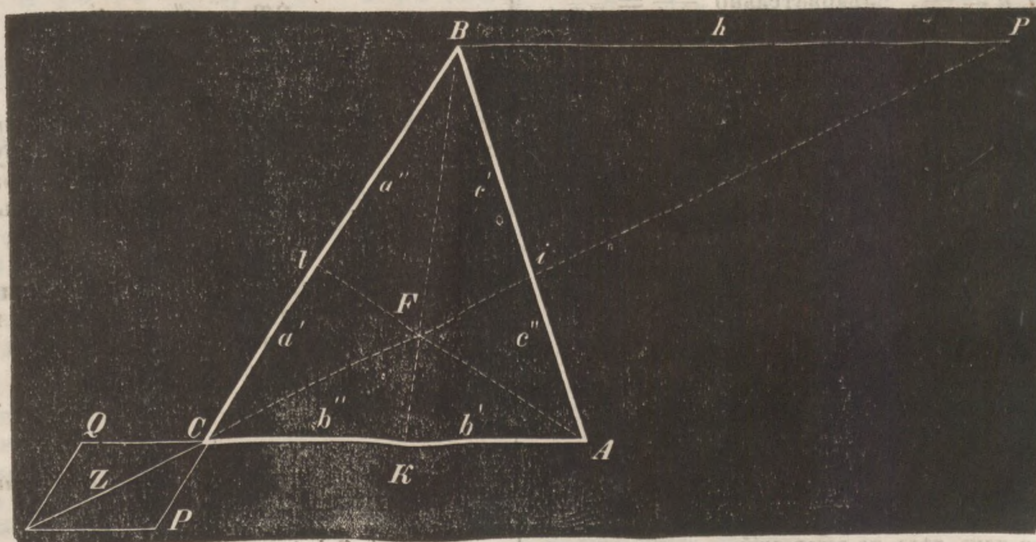
Геометрическое разсмотрѣніе взаимодѣйствія трехъ матеріальныхъ точекъ.

Даны 3 матеріальныя точки A, B, C (однородные атомы), въ извѣстномъ другъ отъ друга разстояніи. Пусть эти разстоянія, т. е. стороны треугольника, составляемаго данными точками, будутъ: a, b, c.

Каждая изъ точекъ притягиваетъ 2 другія по закону Ньютона, т. е. обратно пропорціонально квадрату разстояній. Требуется опредѣлить геометрически направленіе и отношеніе *составныхъ* силъ, приложенныхъ къ каждой изъ точекъ, въ данный моментъ.

Легко раздѣлить какую либо произвольную линію на части, которыя бы относились между собою какъ квадраты двухъ данныхъ сторонъ, напр. a и b. Пусть эти части будутъ Q и P, т. е. $\frac{Q}{P}=\frac{a^2}{b^2}$. Нанесемъ соотвѣтственно длины P и Q на продолженіяхъ сторонъ a и b по другую сторону точки C; такимъ образомъ P и Q будутъ выражать длины, пропорціональныя силамъ притяженія, дѣйствующимъ на точку C по направленіямъ къ B и къ A.

Фиг. 1.



Построивъ на линіяхъ P и Q параллелограмъ и проведя діагональ Z, мы продолжимъ ее внутрь даннаго тр—ка до пересѣченія со стороною c и еще далѣе до пересѣченія съ линіею h, проведенною чрезъ точку B параллельно сторонѣ b. Такимъ образомъ мы получимъ двѣ пары подобныхъ треугольниковъ: CBF и ZPQ, BFi и CAi. Отмѣтивъ части стороны c, раздѣленной въ точкѣ i, буквами c' и c'', мы изъ подобія первыхъ треугольниковъ получимъ:

$\frac{P}{Q}=\frac{a}{h}$; а изъ подобія вторыхъ $h=\frac{bc'}{c''}$.

Замѣняя отношеніе $\frac{P}{Q}$ отношеніемъ $\frac{b^3}{a^3}$, мы находимъ:

$$\frac{c'}{c''}=\frac{a^3}{b^3},$$

т. е. сторона c направленіемъ составной силы Z раздѣляется на части, пропорціональныя кубамъ разстояній, дѣйствующихъ притягательно точекъ B и A на точку C (*). Изъ послѣдней пропорціи опредѣляется c', или c'' въ функціи данныхъ сторонъ a, b, c.

Такимъ же образомъ притягательныя силы, приложенныя къ точкѣ B, а именно P по направленію a и R по направленію c, дадутъ составную силу Y, которой направленіе раздѣлитъ сторону b на части b' и b'', относящіяся между собою $b':b''=c^3:a^3$; и составная X, приложенная къ точкѣ A, раздѣлитъ сторону a на части a' и a'', коихъ отношеніе $a':a''=b^3:c^3$. Перемножая всѣ три отношенія, мы получимъ:

$$a'\,b'\,c'=a''\,b''\,c'' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Этимъ мы доказали, что всѣ три составныя встрѣчаются внутри тр—ка въ одной общей точкѣ. Обозначимъ эту точку пересѣченія составныхъ буквою T, а точку встрѣчи второй составной Y со стороною b буквою k и точку встрѣчи составной X съ стороною a буквою l. Подобные треугольники CTk и BTF даютъ:

$\frac{b''}{h}=\frac{kT}{BT}$; но $h=\frac{bc'}{c''}$, слѣдовательно $\frac{b''c''}{bc'}=\frac{kT}{BT}$.

Но отношенія $\frac{b''}{b}=\frac{a^3}{c^3+a^3}$ и $\frac{c''}{c'}=\frac{b^3}{a^3}$;

слѣд. $\frac{Tk}{BT}=\frac{b^3}{c^3+a^3}$,

а отсюда имѣемъ:

во 1-хъ $\frac{Bk}{kT}=\frac{a^3+b^3+c^3}{b^3}$, во 2-хъ $\frac{Bk}{BT}=\frac{a^3+b^3+c^3}{a^3+c^3}$.

Точно также найдемъ для другихъ 2-хъ направленій составныхъ:

во 1-хъ $\frac{Ci}{Ti}=\frac{a^3+b^3+c^3}{c^3}$; во 2-хъ $\frac{Ci}{CT}=\frac{a^3+b^3+c^3}{a^3+b^3}$

и $\frac{Al}{Tl}=\frac{a^3+b^3+c^3}{a^3}$, $\frac{Al}{AT}=\frac{a^3+b^3+c^3}{b^3+c^3}$.

Сумма 3 хъ первыхъ отношеній дастъ:

$\frac{Tk}{Bk}+\frac{Ti}{Ci}+\frac{Tl}{Al}=1$, а 2-хъ $\frac{BT}{Bk}+\frac{CT}{Ci}+\frac{AT}{Al}=2$;

откуда

$$\frac{BT-2Tk}{Bk}+\frac{CT-2Ti}{Ci}+\frac{AT-2Tl}{Al}=0 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Это уравненіе можно выразить такъ: алгебраическая сумма отрѣзковъ линій Bk, Ci, Al, за вычетомъ утроенныхъ частей Tk, Ti и Tl, выраженныхъ въ частяхъ тѣхъ же самыхъ линій Bk, Ci и Al всегда и во всякомъ треугольникѣ равна нулю.

Положеніе точки T, къ которой направлено первоначальное движеніе 3-хъ взаимно притягивающихся точекъ и которую мы будемъ называть *центромъ притяженій*, очевидно отлично отъ положенія всѣхъ четырехъ *замѣчательныхъ* пунктовъ, изслѣдованіемъ которыхъ занимался *Эйлеръ* въ его мемуарѣ подъ титуломъ Solutio facilis problematum quorumdam geometricorum difficillimorum. (Novi Comm. Petrop. T. XI, 1767) (*). Только въ частномъ случаѣ равносторонняго треугольника, каждый изъ членовъ уравненія (2) особо обращается въ нуль и тогда точка T совпадаетъ съ центромъ тяжести, а равно и съ тремя другими пунктами тр—ка, т. е. центрами круговъ вписаннаго и описаннаго и точкою пересѣченія перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ угловъ тр—ка на противоположныя стороны. Для случая равнобедреннаго тр—ка, напр. если $a=c$ и слѣдовательно $b'=b''$, выходитъ

$$\frac{BT}{Tk}=\frac{a''}{\frac{1}{2}a'}=\frac{c'}{\frac{1}{2}c''},$$

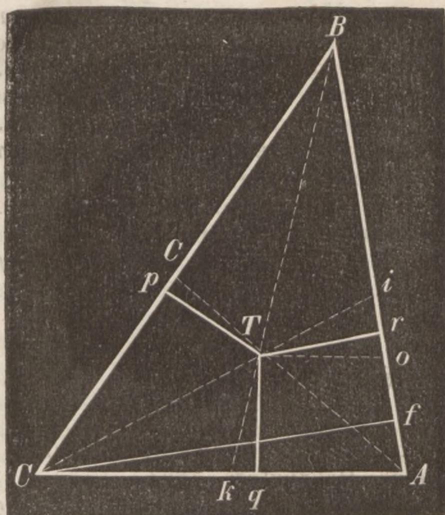
т. е. въ этомъ случаѣ центръ притяженій долженъ лежать на линіи Bk вмѣстѣ со всѣми другими четырьмя пунктами, но или выше или ниже центра тяжести, смотря потому: сторона b больше противъ a и c, или же меньше ихъ.

Для опредѣленія положенія точки T въ отношеніи одной изъ сторонъ треугольника, принимаемой за основаніе, опустимъ изъ точекъ C и T перпендикуляры Cf и Tr на сторону c.

(*) Употребленное здѣсь геометрическое построеніе позволяетъ послѣдовательное дѣленіе стороны c пропорціонально *четвертымъ*, *пятымъ* и т. д. степенямъ a и b, если величины P и Q будутъ откладываемы пропорціонально *третьимъ*, *четвертымъ* и т. д. степенямъ тѣхъ же разстояній.

(*) Этимъ же вопросомъ занимался *Грунертъ*; но какъ видно онъ не имѣлъ подъ руками мемуара Эйлера. См. Grunert's Archiv 36 Th. Heft. 3).

Фиг. 2.



Мы получимъ въ 1-хъ:

$$\frac{Tr}{Cf} = \frac{Ti}{Ci} = \frac{c^3}{a^3+b^3+c^3}.$$

Но такъ какъ $Cf = \frac{2\Delta}{c}$, гдѣ Δ есть площадь треугольника и

$$\Delta = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(c+b-a)}$$
$$= \frac{1}{4}\sqrt{2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4};$$

слѣдовательно $Tr = \frac{2\Delta c^2}{a^3+b^3+c^3}$ . . . . . . (3)

Для опредѣленія другой координаты Ar, проведемъ изъ точки T линію To параллельно сторонѣ b, тогда имѣемъ:

$$\frac{Ao}{c} = \frac{Tk}{Bk} = \frac{b^3}{a^3+b^3+c^3} \text{ и } \frac{ro}{Af} = \frac{To}{b} = \frac{c^3}{a^3+b^3+c^3}.$$

Но $Af = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$, слѣдовательно

$$Ar = Ao + ro = \frac{cb^3}{a^3+b^3+c^3} + \frac{c^2}{a^3+b^3+c^3}\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2} \quad (4)$$

Выразивъ такимъ образомъ координаты точки T въ функціи сторонъ тр—ка, можно составить теперь выраженія для опредѣленія разстоянія центра притяженій отъ всѣхъ четырехъ точекъ тр—ка, какъ это сдѣлалъ Эйлеръ для упоминаемыхъ точекъ; но мы остановимся предварительно на нѣкоторыхъ слѣдствіяхъ предъидущихъ выводовъ.

1-е. При помощи уравненій (3) и (4), и подобныхъ имъ, всѣ линіи въ тр—кѣ, зависимыя отъ положенія точки T, равно какъ и углы, составляемые ими со сторонами тр—ка и между собою опредѣляются въ функціи этихъ самыхъ сторонъ. Такъ напр. легко найти выраженія:

$$AT = \frac{cb}{a^3+b^3+c^3}\sqrt{b^4+c^4+bc(b^2+c^2-a^2)} \quad (*)$$

или

$$CT = \frac{ab}{a^3+b^3+c^3}\sqrt{a^4+b^4+ab(a^2+b^2-c^2)}.$$

Раздѣляя уравненіе (3) на (4), получится

$$\text{tg}\,.\,TAr = \frac{4\Delta c}{2b^3+c(b^2+c^2-a^2)},$$

и точно также изъ значеній Tq и Aq выйдетъ

$$\text{tg}\,.\,TAq = \frac{4\Delta b}{2c^3+b(b^2+c^2-a^2)}.$$

Складывая эти два выраженія и раздѣляя сумму на 1-цу безъ произведенія тѣхъ же самыхъ тангенсовъ; мы получимъ, какъ и слѣдовало ожидать, извѣстное выраженіе для тангенса угла тр—ка, а именно

$$\text{tg}\,A = \frac{4\Delta}{b^2+c^2-a^2}.$$

2-е. Выраженіе Tr въ уравненіи (3), и подобныя ему для Tq и Tp опредѣляютъ свойство точки центра притяженій, а именно состоящее въ томъ, что перпендикуляры, опущенные изъ этой точки на стороны тр—ка пропорціональны квадратамъ этихъ самыхъ сторонъ, т. е.

$$Tp : Tq : Tr = a^2 : b^2 : c^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Но такъ какъ притягательныя силы, дѣйствующія напр. на точку A

$$R : Q = b^2 : c^2,$$

слѣдовательно тѣ же перпендикуляры обратно пропорціональны величинѣ самыхъ силъ, дѣйствующихъ вдоль соотвѣтственныхъ сторонъ тр—ка, или

$$Tp\,.\,P = Tq\,.\,Q = Tr\,.\,R,$$

извѣстное выраженіе механики.

3-е. Для вывода отношеній составныхъ силъ: X, Y, Z, мы имѣемъ изъ тр—ка Tqr и подобнаго ему, образующаго половину параллелограмма, составляющагося изъ силъ, приложенныхъ къ точкѣ A:

$$\frac{Tr}{rq} = \frac{Q}{X},$$

а также изъ тр—ка Tpq и ему подобнаго слѣдуетъ:

$$\frac{Tp}{pq} = \frac{Q}{Z};$$

и такъ $\frac{X}{Z} = \frac{Tp}{Tr}\cdot\frac{rq}{pq} = \frac{a^2}{c^2}\cdot\frac{rq}{pq}$,

Но значенія rq и pq легко выводятся изъ тр—ковъ Tqr и Tpq и даютъ отношеніе:

(*) Очевидно геометрическое значеніе подкореннаго выраженія: это есть квадратъ третьей стороны тр—ка, въ которомъ длина одной стороны равна b^2, другой c^2, а заключающійся между ними уголъ $= 180° - A$.

$$\frac{rq}{pq}=\sqrt{\frac{c^4+b^4+2c^2b^2\cos A}{b^4+a^4+2ba\,\cos C}}=\frac{AT\,.\,a}{CT\,.\,c};$$

слѣдовательно:

$$\frac{X}{Z}=\frac{a^3}{c^3}\,\frac{AT}{CT}=\frac{b''}{b'}\,\frac{AT}{CT}.$$

Отсюда мы заключаемъ, что движеніе точекъ A, B, C, направленное въ первый моментъ по линіямъ AT, BT, CT, тогда только можетъ совершаться со скоростями пропорціональными одной лишь длинѣ этихъ самыхъ линій, когда $b'=b''$ и $a'=a''$, $c'=c''$, т. е. когда центръ притяженій совпадаетъ съ центромъ тяжести. Въ этомъ только случаѣ треугольникъ можетъ сокращаться такъ, что стороны его остаются параллельными самимъ себѣ, и слѣд. точка T сохранитъ свое положеніе; во всѣхъ же другихъ случаяхъ она должна сама прийти въ движеніе, какъ скоро только наступитъ измѣненіе въ положеніи точекъ A, B, C. И такъ, вообще, движеніе трехъ взаимно тяготѣющихъ точекъ должно быть криволинейнымъ.

М. Гусевъ.

II.

Библіографическій указатель.

38. *Auwers*, Untersuchungen über veränderliche Eigenbewegungen. 1 Theil, Koenigsberg 1862.

Это сочиненіе, составляющее докторскую диссертацію, содержитъ новое опредѣленіе элементовъ орбиты Проціона на основаніи всѣхъ извѣстныхъ наблюденій, начиная съ Брадлеевыхъ отъ 1750 г. до послѣднихъ самаго Автора. (См. извѣстіе въ № 24 Вѣстника стр. 195) Кромѣ Проціона, Авторъ изслѣдовалъ еще собственныя движенія β Orionis, α Hydrae и α Virginis, признанныя *Шубертомъ* за перемѣнныя. Въ результатѣ этого труда содержится полное опроверженіе предположеній американскаго астронома. Третью часть диссертаціи составляетъ изслѣдованіе движенія Сиріуса въ склоненіи; отсюда авторъ выводитъ только то заключеніе, что предлежащія наблюденія не достаточны для того, чтобы изъ нихъ можно было вывести точные поправки элементовъ орбиты Сиріуса, опредѣленныхъ Петерсомъ на основаніи наблюденій въ прямомъ восхожденіи. Не смотря на то, изслѣдованія Автора дѣлаютъ вѣроятнымъ, что нѣкоторые изъ упомянутыхъ элементовъ нуждаются въ замѣтной поправкѣ.

39. William Herschel's Verzeichnisse von Nebelflecken und Sternhaufen, bearbeitet von *Arthur Auwers*. Koenigsberg. 1862.

Этотъ важный трудъ, Кёнигсберскаго а нынѣ Лейпцигскаго Обсерватора, напечатанный въ 34-мъ томѣ Кёнигсберскихъ наблюденій, содержитъ въ себѣ 3 приведенныя въ систему (по прям. восх.) росписи туманныхъ пятенъ, наблюдавшихся Вилліамомъ Гершелемъ,съ приведеніемъ положенія оныхъ къ эпохѣ 1830 г., съ цѣлію удобнѣйшаго сравненія съ каталогомъ Джона Гершеля. Знаменитый трудъ Вилліама Гершеля можно сказать оставался до сихъ поръ безъ полезнаго употребленія именно по причинѣ неудобной формы его трехъ отдѣльныхъ росписей, въ которые было занесено положеніе пятенъ, вмѣстѣ съ замѣчаніями, по порядку наблюденія оныхъ. Въ послѣднее время въ особенности сдѣлалась чувствительною потребность въ полномъ и систематическомъ каталогѣ; ибо изслѣдованія въ области туманныхъ пятенъ стали предметомъ занятій для весьма многихъ астрономовъ.

40. *Lindelöf.* Théorie des surfaces de Révolution à courbure moyenne constante. Extrait des mémoirs de la Société des sciences de Finlande. Helsingfors. 1863.

Этотъ мемуаръ имѣетъ ближайшее отношеніе къ интереснымъ изслѣдованіямъ Plateau о фигурахъ равновѣсія жидкихъ массъ и въ особенности тонкихъ пластинокъ, освобожденныхъ отъ дѣйствія тяжести. (См. Ann. d Ch. et Ph. LXIV 4). Авторъ выходитъ впрочемъ въ своемъ изслѣдованіи изъ совершенно новаго взгляда, влекущаго за собою упрощеніе вычисленій и большую ясность въ геометрическихъ разсмотрѣніяхъ. Тѣмъ же предметомъ занимался недавно Бэръ, профессоръ въ Боннѣ, напечатавшій »Tractatus de theoria mathematica phoenomenorum in liquidis actioni gravitatis detractis observatorum.

41. Neue allgemeine Methode zur elementaren Bestimmung des Maximums und Minimums. Von Dr. *Schrader*. Halle. 1862.

Метода, предлагаемая здѣсь, въ сущности не есть новою, ибо она употребительна и въ Дифференціальномъ исчисленіи; но автору принадлежитъ заслуга представленія ее въ элементарномъ видѣ, слѣд. доступно для обучающихся въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, притомъ съ нѣкоторыми преимуществами противъ извѣстной элементарной же методы Шельбаха.

Между примѣрами находится новая геометрическая теорема, а именно: „въ плоскости каждаго треугольника находятся 2 пункта, лежащіе симметрично въ отношеніи къ центру тяжести тр—ка и имѣющіе то свойство, что для каждой произвольной прямой, проходящей черезъ одинъ изъ этихъ пунктовъ, сумма квадратовъ перпендикуляровъ опущенныхъ изъ всѣхъ угловъ тр—ка на такую прямую остается постоянною.“ Примѣры, взятые изъ механики представляютъ также особенный интерессъ.

42. Grundriss der Physik nach ihrem gegenwärtigen Standpuncte von *Spiller*. 3-te erweiterte Auflage. Triest 1862.

Это руководство для первоначальнаго изученія физики, содержащее до 250 рисунковъ въ текстѣ, отличается по преимуществу сжатостію и ясностію изложенія, а также строгостію опредѣленій. Многочисленныя примѣчанія указываютъ на особенно интересные опыты и на нѣкоторыя явленія повседневной жизни.

43. *La physique du Globe par M. A. Quetelet.* Bruxelles 1862.

Это сочиненіе составляетъ собраніе, появлявшихся въ разное время мемуаровъ, почти исключительно самаго Автора, трактующихъ о температурѣ воздуха и земной поверхности, о воздушномъ электричествѣ, о земномъ магнетизмѣ, и о падающихъ звѣздахъ. Всѣ эти статьи изложены чрезвычайно отчетливо, къ каждой изъ нихъ Авторъ присовокупилъ и свой взглядъ на теорію явленій; однако рецензентъ этого сочиненія, извѣстный *Де-ла-Ривъ*, почти ни съ однимъ взглядомъ Автора не соглашается, и дѣйствительно съ ними трудно согласиться. Такъ, напримѣръ, Г. Кетле раздѣляетъ атмосферу на двѣ совершенно отдѣльныя части: одну нижнюю, соприкасающуюся съ земною поверхностью, находящуюся въ постоянномъ движеніи, наполненную парами и проч., другую верхнюю, очень рѣдкую, опирающуюся на первую, спокойную, и даже мало принимающую участія въ общемъ движеніи земли, а находящуюся въ большей зависимости отъ солнца и луны. Предѣломъ между обѣими частями можно почитать перистыя облака. Въ верхней части атмосферы происходитъ много космическихъ явленій, какъ то: сѣверное сіяніе появленіе метеоровъ, падающихъ звѣздъ, которыя Кетле совершенно отдѣляетъ отъ первыхъ и проч. Де-ля-Ривъ ни съ чѣмъ не согласенъ: ни въ раздѣленіи, ни въ появленіи сѣвернаго сіянія, которое собственно бываетъ на различныхъ высотахъ. Въ другихъ частяхъ книга чрезвычайно интересна; въ особенности же замѣчателенъ отдѣлъ объ отношеніи влажности атмосферы къ растительности. Г. Кетле находитъ, что воздухъ гораздо менѣе влаженъ тогда, когда растенія въ полномъ развитіи; для Брюсселя это время приходится въ *Маѣ*. Это замѣчаніе совершенно ново.

---

44. Сходимость безконечныхъ рядовъ по ихъ внѣшнему виду. Разсужденіе на степень Магистра Математическихъ наукъ *Николая Бугаева.* Москва 1863 г.

Авторъ справедливо замѣчаетъ въ предисловіи, что вопросъ о сходимости безконечныхъ рядовъ одинъ изъ важнѣйшихъ въ анализѣ; но, по обширности его, предлежащее разсужденіе обнимаетъ только одинъ отдѣлъ теоріи рядовъ, а именно опредѣленіе сходимости безконечныхъ рядовъ по ихъ внѣшнему виду. Цѣль изслѣдованій автора заключалась въ томъ, чтобы продолжить дѣло, начатое *Коши*, а именно привести къ одной общей методѣ, или одному регулирующему началу все разнообразіе предложенныхъ до селѣ различными математиками признаковъ сходимости рядовъ и пріемовъ, употребляемыхъ при ихъ выводѣ.—Мы располагаемъ въ одномъ изъ ближайшихъ № Вѣстника помѣстить небольшое извлеченіе изъ этаго сочиненія, согласно желанію самаго автора.

Г.

III.

Извлеченія изъ періодическихъ изданій.

1. *О теоріи бурь въ океанахъ.*

Въ послѣднее время появилось изслѣдованіе нидерландскихъ ученыхъ *Андрау* и *Асперенъ* надъ происхожденіемъ бурь въ океанахъ, преимущественно въ Атлантическомъ; извлеченіе изъ этихъ изслѣдованій, сдѣланное *Престелемъ*, помѣщено въ географическомъ журналѣ »Petermann's Mittheilungen« 1862, XI. Изъ многочисленныхъ наблюденій (305712 наб.), сдѣланныхъ на корабляхъ и въ приморскихъ городахъ, Андрау и Асперенъ нашли непосредственную связь между бурями и ураганами (циклонами), появляющимися, какъ извѣстно, въ тропическихъ странахъ и пробѣгающими большія пространства на сѣверъ и на югъ по параболическимъ путямъ. Они составили карту, на которой числа обозначаютъ сколько разъ на 100 наблюденій приходится одна буря. Эти числа показываютъ, что въ Атлантическомъ океанѣ имѣютъ большое вліяніе на образованіе бурь: Гольфштромъ и Бразиліанское теченіе; какъ въ сѣверномъ такъ и въ южномъ полушаріи количество бурь больше на западной части океана, нежели на восточной; числа, поставленныя на картѣ, убываютъ довольно правильно отъ запада къ востоку. Всѣ наблюденія ясно показываютъ, что вихри, ураганы никогда не были наблюдаемы въ полномъ круговращеніи въ большихъ широтахъ, далѣе 35°; всегда замѣтна была преобладающая одна часть, а именно южная, и направленіе вѣтра Ю.З. и С.З.; напротивъ между 10° и 35° по большей части направленіе вѣтра во время урагана пробѣгаетъ всѣ страны свѣта. Изъ таблицы *Мори* (Maury) можно ясно видѣть это отношеніе между направленіемъ вѣтровъ во время бурь:

между	60° — 50°	преимущественно господствуютъ вѣтры Ю.З. З. и С.З.
	50 — 45	Ю. Ю.З. З. С З.
	45 — 40	Ю. Ю.З. З. С.З. С.
	40 — 35	Ю. Ю З. З. С З. С. С.В.
	35 — 30	Ю.В. Ю. Ю.З. З. С.З. С. С.В.
	30 — 25	полное круговращеніе.

Наблюденія показываютъ также, что во время бури направленіе вѣтра всегда приближается болѣе къ круго-вращательному, какъ это впрочемъ видно изъ предъидущей таблицы, слѣдовательно буря въ сущности близка къ урагану: только сила вѣтра не во всѣхъ частяхъ одинакова, то есть не на всемъ протяженіи бури, которое можетъ простираться даже на 150 географическихъ миль. Андрау и Асперенъ пришли къ такому заключенію, что бури происходятъ изъ ураганов, начинающихся между тропиками и пробѣгающихъ на сѣверъ и на югъ огромныя пространства. Извѣстно, что коль скоро холодный воздухъ попадаетъ въ

теплый, покоющійся, всегда приэтомъ происходитъ стремленіе къ круговращательному движенію, образуется вихрь: это явленіе можно наблюдать какъ въ большихъ, такъ и малыхъ размѣрахъ. Вращающаяся масса воздуха должна подчиняться общему закону тѣлъ, обращающихся около оси, а именно сохранять первоначальную плоскость вращенія, не смотря на передвиженіе съ одного мѣста на другое. По этой причинѣ въ круговращающейся массѣ воздуха, въ ураганѣ, не смотря на быстрое перемѣщеніе въ большія широты, первоначальная плоскость вращенія, а слѣдовательно и ось урагана, должны сохранять свое первоначальное направленіе. Но поверхность земли шарообразна; поэтому, если ураганъ начался около тропиковъ и ось его была перпендикулярна къ земной поверхности, то въ большихъ широтахъ она будетъ уже наклонною, а плоскость вращанія не будетъ касательною къ землѣ. Отсюда происходитъ, что въ большихъ широтахъ никогда нельзя наблюдать полнаго круговращенія вѣтра; если ураганъ распространился очень далеко, то вмѣсто нѣсколькихъ направленій можно наблюдать только одно. Если ураганъ начался подъ 15° С. широты, и ось его была нормальна къ земной поверхности, то

подъ	20° С.	ш. наклоненіе ея къ горизонту	85°
—	30°	—	75°
—	40	—	65
—	50	—	55

и т. д.

Чѣмъ больше наклоненіе оси къ земной поверхности, тѣмъ выше находится сѣверная часть урагана; поэтому она не можетъ быть наблюдаема, а только южная часть. Здѣсь присовокупляется еще одно обстоятельство, а именно, что въ небольшихъ широтахъ, когда наклоненіе оси вращенія урагана еще незначительно, въ южной части вѣтры гораздо сильнѣе нежели въ сѣверной; по этой теоріи такъ и должно быть, ибо сѣверная часть, какъ поднятая, окружена огромнымъ пространствомъ воздуха, удобо-подвижной средины, а южная ограничена водяною поверхностью, составляющею плотную преграду; здѣсь можно наблюдать съ какою огромною силою воздухъ ударяетъ о водную поверхность океана и волнуетъ ея.

Если принять, что ураганы появляются только въ предѣлахъ между 10° и 35° с. ш., что согласно съ наблюденіями; то въ первомъ случаѣ ураганъ пробѣгаетъ наименьшее пространство по направленію къ полюсамъ, а во второмъ наибольшее; послѣдній въ отдаленныхъ странахъ произведетъ бурю. Въ мемуарѣ находятся чертежи для нагляднаго изученія пространства и вида ураѓановъ, соотвѣтствующихъ различнымъ широтамъ; желающіе могутъ обратиться къ упомянутому выше сочиненію. Замѣтимъ только, что Андрау и Асперенъ не считаютъ вполнѣ надежнымъ средствомъ наблюденіе направленія вѣтра для того, чтобы корабли могли выбраться изъ области урагана; гораздо вѣрнѣе по ихъ мнѣнію показанія барометра, по которымъ съ достовѣрностью можно указать мѣсто центра урагана. Однако такихъ наблюденій еще не много и только можно указать на изслѣдованіе *Пиддингтона*, изъ котораго для примѣра приводимъ слѣдующее:

Разстояніе корабля отъ центра урагана		Среднее пониженіе барометра въ продолженіе одного часа
отъ 15 — 20	геогр. миль	съ 3,8 — 3,0 m/m
20 — 25	—	3,0 — 2,0
25 — 40	—	2,0 — 1,5
65 — 90	—	1,5 — 0,5

— *Дове* въ одномъ только не согласенъ съ этою теоріей, а именно что въ твердыхъ вращающихся тѣлахъ наименьшая скорость вблизи оси, а наибольшая на периферіи, въ ураганахъ же наоборотъ: однако Андрау и Асперенъ не ограничиваютъ урагана подобно твердому тѣлу (отвѣтъ въ Peterm. Mitth. 1863 II); слѣдовательно на окружности урагана частицы могутъ разлетаться, смѣшиваться съ окружающими, и потому скорость можетъ ослабѣвать; притомъ извѣстно тоже, что около оси урагана господствуетъ спокойствіе. Кажется, что эта теорія укажетъ новый путь къ изслѣдованію закона бурь и принесетъ большую пользу мореплаванію.

2. Пр. *Дове* даетъ интересное наставленіе какъ пользоваться телеграфическими метеорологическими наблюденіями, получаемыми изъ разныхъ странъ. (Wochenschr. 1863, № 6, 7). Прежде всего онъ замѣчаетъ, что градъ, крупа, снѣгъ принадлежатъ къ мѣстнымъ явленіямъ; они не могутъ быть подведены подъ общее правило: дожди же можно подраздѣлить на мѣстные, приходящіе и періодическіе. Изслѣдованія Дове показываютъ, что въ южной Европѣ преобладаютъ дожди зимою, и наибольшее количество воды падаетъ въ началѣ и концѣ, то есть осенью и весною; между тѣмъ какъ по сю сторону Альпъ, въ средней Европѣ, наибольшее количество дождей приходится на лѣто. Въ Германіи самое сухое время обыкновенно въ Мартѣ и Сентябрѣ, когда преобладаютъ восточные вѣтры, при высокомъ стояніи барометра. Преобладающіе дожди бываютъ тамъ подъ конецъ Іюня, весь Іюль и причиняютъ часто порчу посѣвовъ. Въ Англіи дожди распредѣляются довольно равномѣрно на все время года.

Причина такаго явленія заключается въ томъ, что вблизи экватора поднимающійся влажный потокъ теплаго воздуха направляется къ полюсамъ и, мало по малу опускаясь, приходитъ въ прикосновеніе съ земною поверхностью; тамъ, смѣшиваясь съ холоднымъ воздухомъ, осаждаетъ свой паръ подъ видомъ дождя. Такъ какъ мѣсто подымающихся теплыхъ потоковъ воздуха измѣняется со временами года, то и мѣсто смѣшенія ихъ съ холодными слоями тоже измѣняется, и бываетъ то ближе то дальше отъ экватора.

Зимою, когда солнце на югѣ отъ экватора, восходящіе потоки опускаются въ Африкѣ; весною и осенью — въ южной Европѣ, а лѣтомъ, когда средняя Европа довольно согрѣта, они опускаются въ Германіи (*). Здѣсь встрѣчаются югозападные вѣтры, образующіеся изъ опускающихся слоевъ воздуха, съ холодными сѣверозападными, приходящими изъ Атлантическаго Океана: слѣдствіемъ того бываютъ дожди, направляющіеся съ Югозапада на СВ. Поэтому во время посѣвовъ очень полезны были бы метеорологическія свѣдѣнія изъ Италіи; между тѣмъ какъ въ позднюю

(*) Конечно во всей средней Европѣ.

осень извѣстія оттуда не имѣютъ болѣе интереса для земледѣльцевъ; ибо дожди уходятъ тогда въ Африку.

Если во время лѣта холодные сѣверозападные вѣтры встрѣчаются съ югозападнымъ потокомъ, то происходятъ грозныя тучи, и образуются мѣстные дожди (Landregen); они никогда не бываютъ продолжительны, потому что встрѣчающіеся вѣтры ЮЗ и СЗ часто замѣняютъ другъ друга, и производятъ рядъ отдѣльныхъ дождей, въ продолженіе которыхъ барометръ находится въ безпрестанномъ колебаніи. На какомъ пространствѣ происходятъ эти мѣстные дожди, зависитъ отъ *ширины* приходящаго ЮЗ потока и далеко ли онъ простирается внутрь материка: въ первомъ случаѣ обусловливается распространеніе явленія съ С.З. на Ю.В., а во второмъ съ Ю.З. на С.В. Въ это время извѣстія изъ Англіи и Голландіи были бы очень важны, причемъ высота барометра служитъ самымъ вѣрнымъ предсказателемъ погоды.

Такъ какъ разница въ температурахъ воздушныхъ потоковъ меньше лѣтомъ нежели зимою, то и колебаніе барометра въ первомъ случаѣ, меньше нежели во второмъ; во время зимы часто можно наблюдать очень высокое стояніе барометра, въ особенности когда два противуположные вѣтра встрѣчаются на мѣстѣ наблюденія: за то обыкновенно послѣ превозмогаетъ южный вѣтеръ и тогда происходятъ обильные осадки, при скоромъ паденіи барометра. Эта встрѣча двухъ вѣтровъ имѣетъ больше значенія для мореходцевъ нежели въ хозяйствѣ.

Дове совѣтуетъ поэтому помѣщать телеграфическія извѣстія изъ метеорологическихъ станцій во всѣхъ газетахъ, которыхъ въ Германіи выходитъ очень много; тогда всякій, интересующійся этимъ предметомъ, въ самое скорое время могъ бы узнавать о состояніи атмосферы, въ томъ или другомъ направленіи и по вышеупомянутому наставленію выбирать для себя полезное. Въ примѣръ необходимости знанія метеорологическихъ обстоятельствъ Дове приводитъ наблюденіе надъ количествомъ дождя, упавшаго въ ноябрѣ 1855 г. въ Кариоли (Далмація) 161.8 линій, Рагузѣ 120,5, Валонѣ 112,0, С. Магдалена (Истріи) 146,0 Лайбахѣ 107,0.

Отъ этихъ осадковъ на югѣ Альповъ, въ Германію не перешло ничего. Отсюда видно, что когда нисходящіе потоки воздуха въ одномъ мѣстѣ теряютъ свою влажность, то въ другихъ появляются уже сухими.

Все выше сказанное, сколько мнѣ случалось замѣчать, вполнѣ относится и къ южной половинѣ Россіи; исключеніе можетъ составлять только развѣ страна, имѣющая на югѣ Черное море и Кавказъ. Очень желательно было бы, чтобы и наши телеграфическія станціи сообщали метеорологическія извѣстія, публикуя ихъ въ самоскорѣйшемъ времени. *К. Ч.*

3. *Краткія извѣстія.*

— Г. Секки, при помощи спектрометра, устроеннаго Г-мъ Янсеномъ, представляющаго возможность измѣренія положенія полосъ и сравненія ихъ съ спектрами земныхъ искуственныхъ источниковъ свѣта, произвелъ весьма интересный рядъ опытовъ, анализируя свѣтъ наиболѣе блестящихъ неподвижныхъ звѣздъ и сравнивая оный съ солнечнымъ свѣтомъ.

Наиболѣе замѣчательный, по его мнѣнію, представляетъ спектръ *α* Оріона. Онъ состоитъ изъ множества отдѣльныхъ частей, подобно спектрамъ электрическаго свѣта. Полоса *B* солнечнаго спектра точно соотвѣтствуетъ темному, довольно широкому пространству, которое является также и въ пламени свѣчи и насыщеннаго солью алкоголя. Спектръ Альдебарана представляется также весьма разорваннымъ. Полоса *D* и въ немъ видима довольно ясно. Поллуксъ представляетъ гораздо слабѣйшія полосы, но все еще замѣтныя въ части спектра, наименѣе преломляемой. Три упомянутыя звѣзды, какъ извѣстно, цвѣтныя; звѣзды же бѣлаго свѣта представляютъ замѣтные прерывы въ голубомъ цвѣтѣ (какъ и другіе) и цвѣтѣ фіолетовомъ, но темныя полосы наименѣе преломляемой части здѣсь рѣже, исключая краснаго цвѣта. Замѣчательно, что полоса *F* встрѣчается во всѣхъ спектрахъ какъ бѣлыхъ, такъ и цвѣтныхъ звѣздъ, равно какъ и въ солнечномъ: можетъ быть ее происхожденіе зависитъ отъ присутствія земной атмосферы. Напротивъ того полоса *D* не чувствительна въ спектрахъ бѣлыхъ звѣздъ Сиріуса и Ригеля.

Кромѣ различія въ положеніи темныхъ полосъ звѣздныхъ спектровъ замѣчательно еще различіе въ напряженіи цвѣтовъ въ различныхъ частяхъ спектра. Это различіе въ особенности велико въ спектрѣ *α* Оріона. Вообще, чѣмъ болѣе прерывовъ въ спектрѣ, тѣмъ ярче окрашиваніе звѣзды. На этомъ основаніи Г. Секки полагаетъ, что свѣтъ нашего солнца долженъ быть жолтымъ. Предѣлы различныхъ цвѣтовъ зависятъ преимущественно отъ напряженій свѣта различныхъ частей спектра. Красный цвѣтъ начинается почти въ одномъ мѣстѣ для всѣхъ звѣздъ, но разница въ отношеніи фіолетоваго цвѣта весьма велика. Само собою разумѣется, что состояніе атмосферы играетъ здѣсь весьма важную роль.

Для указанія чувствительности прибора Г. Секки приводитъ одно случайное наблюденіе планеты Марса, которое показало, что полосы *B*, *C*, *D*, *F*, *G* солнечнаго спектра весьма ясно различаются въ его свѣтѣ, но полосы жолтаго цвѣта не могли быть видимы.

— *Штейнгейль* (Astron. Nachr. № 1408) описываетъ устроенный имъ спектрометръ, который гораздо проще подобнаго же прибора *Янсена*. Онъ состоитъ изъ двухъ зрительныхъ трубокъ, обращенныхъ другъ къ другу объективами, которыхъ оптическія оси наклонены между собою подъ угломъ, какаго требуетъ призма, поставленная между ними въ положеніи *наименьшаго отклоненія*. Весь приборъ такимъ образомъ составляетъ одну изогнутую трубку, которую можно привинтить къ окуляру астрономической трубы. Когда труба укрѣплена неподвижно, то звѣзда проходитъ въ полѣ трубы извѣстную дугу, а въ спектрометрѣ проходятъ тогда различныя части спектра чрезъ перекрестныя нити, и такимъ образомъ положеніе различныхъ постоянныхъ линій можетъ быть опредѣлено по способу *прямыхъ восхожденій*, то есть помощію времени. Вмѣсто узкой щели въ первой трубкѣ находится цилиндрическое стекло, котораго разстояніе отъ призмы обусловливаетъ величину спектра. Въ этомъ приборѣ гораздо менѣе теряется свѣта, нежели въ спектрометрѣ *Янсена*, и самое измѣреніе можетъ быть сдѣлано точнѣе.

Извлеченія изъ писемъ Гг. С. Де Роберти и Л. Износкова.

Какія условія необходимы, чтобы множитель обращающій уравненіе $Mdx+Ndy=0$ въ полный дифференціалъ былъ однороднымъ и какъ его найти?

Извѣстно, что искомый множитель v, долженъ удовлетворять условію:

$$\frac{dMv}{dy}=\frac{dNv}{dx}, \text{ или } v\left[\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}\right]=N\frac{dv}{dx}-M\frac{dv}{dy}\ldots(1)$$

Но для какой угодно однородной функціи v теорема Фонтеня дастъ:

$$\frac{dv}{dx}x+\frac{dv}{dy}y=mv\quad.\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

Всякій же однородный множитель v долженъ удовлетворить условіямъ (1) и (2) вмѣстѣ.

Изъ ур. (1) имѣемъ

$$\frac{dv}{dy}=\frac{N\frac{dv}{dx}-v\left[\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}\right]}{M},$$

$$\frac{dv}{dx}=\frac{v\left[\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}\right]+M\frac{dv}{dy}}{N}.$$

Подставивъ $\frac{dv}{dy}$, $\frac{dv}{dx}$ въ равенство (2), получаемъ

$$\frac{dv}{dx}x+\frac{N\frac{dv}{dx}-v\left[\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}\right]}{M}y=mv.$$

$$\frac{v\left[\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}\right]+M\frac{dv}{dy}}{N}x+\frac{dv}{dy}y=mv.$$

Изъ послѣднихъ двухъ уравненій найдемъ

$$\frac{dv}{dx}=\frac{\left(\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}+\frac{Mm}{y}\right)y}{Mx+Ny}.\,v,$$

$$\frac{dv}{dy}=\frac{\left(\frac{dN}{dx}-\frac{dM}{dy}+\frac{Nm}{x}\right)x}{Mx+Ny}.\,v\,;$$

откуда:

$$\frac{d\log.v}{dx}=\frac{\left(\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}+\frac{Mm}{y}\right)y}{Mx+Ny}$$

$$\frac{d\log.v}{dy}=\frac{\left(\frac{dN}{dx}-\frac{dM}{dy}+Nm\right)x}{Mx+Ny}.$$

Пусть

$$\frac{d\left[\frac{\left(\frac{dM}{dy}-\frac{dN}{dx}+\frac{Mm}{y}\right)y}{Mx+Ny}\right]}{dy}=f_1(x,y,m),$$

$$\frac{d\left[\frac{\left(\frac{dN}{dx}-\frac{dM}{dy}+\frac{Nm}{x}\right)x}{Mx+Ny}\right]}{dx}=f_2(x,y,m).$$

Тождество $f_1(x,y,m)=f_2(x,y,m)$ . . . . (3)

покажетъ какой, или какими величинами m оно можетъ быть удовлетворено, чѣмъ и опредѣлится показатель однородства искомаго множителя. Если же уравненіе (3) не удовлетворится ни какимъ числомъ m, то это послужитъ признакомъ, что не существуетъ такой функціи, которая бы, при однородствѣ своемъ, обращала данное дифференціальное уравненіе въ полный дифференціалъ. Допустивъ что показатель m найденъ, множитель v опредѣлится изъ уравненія.

$$d\log.v=\frac{d\log.v}{dx}dx+\frac{d\log.v}{dy}dy.$$

С. Петербургъ 14 Апр. 1863. *Сергій де Роберти.*

Ясно, что значеніе опредѣленнаго интеграла:

$$\int_0^\infty \Gamma'(xy)\,\frac{dy}{y}$$

есть функція независящая отъ x. Примѣняя-же къ этому интегралу способъ интегрированія по частямъ, получимъ:

$$\int_0^\infty \Gamma'(xy)\,\frac{dy}{y}=\left[\frac{\Gamma(xy)}{xy}\right]_{y=0}^{y=\infty}+\frac{1}{x}\int_0^\infty \Gamma(xy)\,\frac{dy}{y^2}\ \ldots(1)$$

Но легко видѣть, что:

$$\frac{1}{x}\int_0^\infty \Gamma(xy)\,\frac{dy}{y}=\int_0^\infty \Gamma(z)\,\frac{dz}{z^2}.$$

А слѣд. дифференцируя выраженіе (1) въ отношеніи x, получимъ:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{F(xy)}{xy}\right]_{y=0}^{y=\infty}=0\,.$$

Задачи, предлагаемыя на разрѣшеніе:

№ 7. Доказать что:

$$\sum_{q=p}^{q}\frac{\Gamma(q)}{\Gamma(q-p+1)}=\frac{\Gamma(q+1)}{p\,\Gamma(q-p+1)},$$

гдѣ p и q цѣлые.

№ 8. Сосудъ наполняется дробью различныхъ нумеровъ, требуется опредѣлить по какому закону происходитъ измѣненіе суммы объемовъ промежутковъ въ этомъ сосудѣ?

Л. Износковъ.

Типографія А. Марциновскаго. — ВИЛЬНО. 1863 г. Мая 10-го. — Редакторъ-Издатель *М. Гусевъ.*

